

Tema 2 y 3: CARACTERÍSTICAS DE LAS DISTRIBUCIONES DE FRECUENCIAS Y CONCENTRACIÓN

- 3.1. La participación de los alumnos de una Universidad en actividades culturales durante los trimestres lectivos de los dos últimos cursos sufrió la siguiente evolución: durante el primer curso, en el primer trimestre aumentó el 8% respecto al trimestre anterior, el segundo trimestre aumentó un 12%, y un 18% el tercero; el primer trimestre del último curso las actividades culturales aumentaron un 27%, un 40,5% el segundo, y un 60,75% el último trimestre. Calcule cuál ha sido el aumento medio de participación en actividades culturales de los alumnos.
- 3.2. Una persona invirtió 3 000 € durante nueve años, con una rentabilidad media del 5,9% a interés compuesto. Los dos primeros años obtuvo un interés anual del 5,4%, y los tres siguientes del 6,4%. Suponiendo que en los cuatro últimos años se aplicó el mismo tipo de interés, ¿cuál fue la rentabilidad anual en los cuatro últimos años?
- 3.3. Se quieren fotocopiar 375 folios utilizando cinco fotocopiadoras distintas (75 folios en cada máquina). La rapidez de cada una de las fotocopiadoras es la siguiente: la fotocopiadora A copia 10 folios/minuto; la B, 13 folios/minuto; la C, 25 folios/minuto; la D, 50 folios/minuto y la E, 43 folios/minuto. Calcule la rapidez media de las cinco fotocopiadoras.

- 3.4. Una empresa de alquiler de vehículos tiene cuatro tipos de coches. Los ingresos, en €, y rendimientos de los mismos, durante el último mes, fueron los siguientes:

	Ingresos totales	Rendimiento/vehículo
A	30 000	1 875
B	20 000	1 000
C	15 000	1 250
D	8 000	800

Calcule el rendimiento medio por vehículo.

- 3.5. Los precios, en €, de las letras del tesoro a un año en las 8 primeras subastas que se realizaron en el año 2017 fueron:

Fecha subasta	Precio
11/01	9074,50
25/01	9070,00
08/02	9102,80
22/02	9104,20
08/03	9064,40
22/03	9061,90
05/04	9067,10
19/04	9061,90

Calcule el precio medio de las letras del tesoro en dichas subastas.

- 3.6. Una empresa tiene su sede en un edificio de tres plantas. Dispone de 10 teléfonos en la primera planta, 15 en la segunda y 13 en la tercera. El gasto medio por teléfono al mes es de 72,34 €.
- a) Calcule el gasto medio por teléfono en la tercera planta, sabiendo que en la primera ha sido de 38,00 €, y en la segunda de 10,00 €.
- b) ¿Cuál es el gasto total en teléfono al mes de la tercera planta?

- 3.7. De las cuatro marcas de tabaco más vendidas en España, conocemos sus porcentajes de ventas sobre el total, su precio, en euros, durante el año 2016, y su precio en 2017, reflejado todo ello en la siguiente tabla:

Marca	% ventas sobre total	Precio 2016	Precio 2017
Ducados	24,5%	1,14	1,25
Fortuna	24,0%	1,70	1,90
Marlboro	8,0%	2,70	3,00
LM	5,7%	1,80	1,80

Calcule la subida media en euros ponderada por la participación de mercado.

- 3.8. La tabla siguiente recoge la información que se conoce acerca de la variable “número de turismos por cada cien habitantes” de municipios de Ávila. Sabiendo que la mitad de los municipios con mayor volumen de turismos tienen como mínimo 45,2 turismos por cada cien habitantes, complete la tabla y obtenga el número de turismos más habitual por cada cien habitantes.

$L_{i-1} - L_i$	n_i
10 - 20	8
20 - 40	12
40 - 50	
50 - 70	14
70 - 80	7

- 3.9. La cajera de una tienda va anotando los precios y las cantidades de los productos que ha adquirido un cliente. En el ticket de compra aparece esta relación:

Producto	Nº Unidades	Precio/unidad
Azúcar	5	1,56
Aceite girasol	10	1,15
Leche semidesnatada	15	0,64
Zumo	6	0,75
Lata de refrescos	12	0,50
Botella de vino	2	1,39

¿Cuál será el precio superado por la mitad de los productos?

- 3.10. Sabemos que en un ranking de empresas la empresa A ocupa el percentil 20 en cuanto a su volumen de facturación y el percentil 80 en cuanto a sus beneficios. Comente este resultado.

- 3.11. Los resultados en el análisis del valor calórico (Kcal/ración) de 20 marcas de galletas normales y 12 integrales, considerando como ración cinco o seis galletas (30 gr.) son los siguientes:

NORMALES	Kcal.	INTEGRALES	Kcal.
CANENTE	125	CURA	135
CURA	125	FOMESA	135
CURRA	150	DAN	130
DAN	135	DESA	135
DESA	150	ERUS	125
ERUS	130	GAFIN	140
FOMESA	130	LES	150

FOLEDA	145	MALI	135
FURA	135	NERIA	135
GAFIN	145	SANLI	145
GELO	130	SUNO	150
HELA	150	VERAS	130
HIPU	140		
LES	150		
MALI	140		
NERIA	145		
PROS	130		
RIZ	130		
SUNO	130		
VERAS	140		

Para el conjunto de todas las galletas:

- Escriba y represente la distribución de frecuencias.
- Calcule la media aritmética, mediana y moda.

3.12. Utilizando los datos del problema anterior, agrupe los datos en los intervalos:

- $[124, 132)$, $[132, 142)$, $[142, 152)$.
- $[124, 138)$, $[138, 152)$.

Para ambos casos, calcule la distribución de frecuencias, la media aritmética, mediana y moda. Compare estos resultados con los valores del problema anterior.

3.13. En un aparcamiento cobran por cada minuto que está estacionado el vehículo un céntimo de euro. La ocupación del aparcamiento en un día fue:

Tiempo de estacionamiento	Número de vehículos
0 – 60	1 240
60 – 120	3 575
120 – 180	746
180 – 240	327
240 – 360	218
360 – 1 440	44

- Obtenga el tiempo medio de estacionamiento y el más frecuente.
- ¿A partir de qué momento un vehículo está estacionado más que el 85% de los vehículos?
- Calcule los ingresos totales, el ingreso medio y el más frecuente.
- La empresa arrendataria del servicio está estudiando modificar la tarifa existente de la siguiente manera: a todos los vehículos se les cobrará 30 céntimos por aparcar; además durante las dos primeras horas pagarán 2 céntimos por cada minuto que están aparcados y por el resto del tiempo pagarán 1 céntimo. Bajo esta suposición, obtenga los ingresos totales, el ingreso medio y el más frecuente con los datos disponibles para ese día.

3.14. Una empresa constructora presenta un proyecto para la edificación de pisos en una determinada zona. Respecto a los planos iniciales, habrá modificaciones de más o menos m^2 , dependiendo del aprovechamiento de los terrenos. El número de pisos, así como la superficie (en m^2) de cada uno, se recoge en la tabla:

Superficie (X)	$n_i = n^\circ$ de pisos
50 – 60	30
60 – 80	25
80 – 90	14
90 – 110	11

¿Cuál será la proporción de pisos que pueden estar comprendidos entre 75 y 85 m^2 ?

3.15. Los precios de las frutas más vendidas durante la primera semana de marzo en los principales mercados españoles fueron los siguientes:

Fruta	Merca-Madrid	Merca-Barna	Merca-Bilbao	Merca-Sevilla	Merca-Valencia	Precio medio
Chirimoyas	2,00	2,20	2,70	2,75	2,40	2,41
Limonos	0,75	0,65		0,40	0,80	0,68
Clementinas	1,25	0,90	0,90	0,80	1,00	0,97
Manzana Golden	0,70	0,75	0,75	1,00		0,81
Manzana Starking	1,30	1,10	1,10	1,25	0,90	1,13
Naranja Navel Late	1,10	0,80	0,70	1,10	1,20	0,98
Peras blanquillas	0,75	0,80	0,75	0,90	0,95	0,83
Peras conferencia	0,90	0,85	0,80	0,75	1,00	0,86
Piñas	1,20		1,50	1,15	1,25	
Plátanos	1,20	1,30	1,40	1,55	1,55	1,40
Total	11,15	10,35	11,40	11,65	11,90	

- Sabiendo que hubo existencias de todas estas frutas en todos los mercados, complete los datos que faltan.
- Represente gráficamente los precios en los cinco mercados.
- ¿Cuál de los cinco mercados presenta menor dispersión en el precio medio del kilo de fruta?

3.16. La facturación de una empresa durante el último trimestre fue la que se recoge en la siguiente tabla:

Importe de la factura (en euros)	Nº de facturas
20 – 100	40
100 – 150	240
150 – 200	320
200 – 250	140
250 – 400	60

Se pide:

- El importe medio de la facturación del trimestre.
- ¿Hasta qué importe están la mitad de las facturas?
- La desviación media respecto de las dos medidas de posición anteriores.
- La varianza y la desviación típica.
- El coeficiente de variación de Pearson y el índice de dispersión respecto de la mediana.

3.17. Las ventas de calzado deportivo en una zapatería, especificando la talla, durante el último mes, han sido:

X = talla	Nº pares vendidos
38	7
40	10
41	14
43	8
45	4
52	1

Indique qué concepto representa la moda y calcule la varianza de la variable “talla”.

3.18. El volumen de ventas de la empresa de productos químicos QUIMICAZA en 2017 fue de 12,5 millones de €, mientras que la media en el sector fue de 11,00 millones de € y la varianza de 144. En el caso de la empresa CONSERVASA, las ventas fueron de 14,50 millones de €, siendo la media en el sector conservero 12,05 millones de € y la varianza de 196. ¿Cuál de estas dos empresas está mejor situada en cuanto a su volumen de ventas? Razone su respuesta.

3.19. Cierta empresa se dedica a la elaboración y la posterior venta directa de 4 productos. Éstos tienen diferentes precios y, cada día, se venden en determinadas cantidades. Dicha información se recoge en la siguiente tabla:

Artículo	Precio unitario	Cantidad
A	0,20	300
B	0,35	225
C	0,50	150
D	0,70	50
		725

Las condiciones del mercado provocan un aumento de la producción en una unidad en todos los productos, lo que hace bajar los precios según aparece en la tabla:

Artículo	Precio unitario	Cantidad
A	0,18	301
B	0,33	226
C	0,46	151
D	0,63	51
		729

¿Cómo varía el ingreso total, teniendo en cuenta estos cambios? ¿Y el ingreso medio? Desde el punto de vista de la dispersión, ¿hay cambios significativos?

3.20. A partir de la información que aportan los siguientes datos sobre la relación comercial exterior de cierto país, determinar si es más estable en el tiempo la importación o la exportación.

Año	Importación de bienes y servicios (X)	Exportación de bienes y servicios (Y)
2012	101	63,7
2013	112,3	52,3
2014	117,5	70
2015	120	76,5
2016	116	61

3.21. El número de habitantes de 45 municipios de una provincia española se distribuía en el año 2015 de la siguiente forma:

Número de habitantes	Número de municipios
0 – 1 000	7
1 000 – 2 000	11
2 000 – 3 000	14
3 000 – 4 000	8
4 000 – 6 000	5

Calcule:

- La media aritmética, la mediana y la moda.
- La desviación típica y el coeficiente de variación de Pearson.
- El coeficiente de asimetría de Fisher.

3.22. La edad de doscientos aspirantes a un puesto de trabajo viene reflejada en la siguiente tabla:

Edad	Nº de personas
0 – 20	20
20 – 30	90
30 – 35	60
35 – 45	20
45 – 75	10

- Obtener la media y estudiar su representatividad.
- ¿Cuál es la edad más habitual de los aspirantes al puesto de trabajo?
- ¿A partir de qué edad un aspirante se considera entre los 26 más viejos?
- Calcule el coeficiente de asimetría de Pearson.
- Estudie la curtosis de la distribución.

3.23. Para lanzar un nuevo producto al mercado, una empresa estudia el tiempo de publicidad, en segundos, empleado en los medios audiovisuales por otra empresa competidora.

Duración	Nº de anuncios
0 – 20	3
20 – 25	17
25 – 30	13
30 – 40	9
40 – 60	8

- ¿Cuál es la duración media aproximada de los anuncios? ¿Es representativa?
- ¿Cuál es la duración más frecuente?
- ¿A partir de qué valor un anuncio es de los veinte más largos?
- Estudie la forma de la distribución.
- Si cada segundo cuesta 30 €, ¿cuál es el gasto aproximado que realiza la empresa competidora en la publicidad del producto?

3.24. Complete la siguiente tabla para el estudio de la concentración de una distribución de frecuencias. Calcule el índice de Gini y comente el resultado.

x_i	n_i	$x_i n_i$	N_i	u_i	p_i	q_i	$p_i - q_i$
10	90	900	90	900			
20	50		140	1900			
40	30		170				
60	20	1200	190			0,86	
70	10	700	200	5000		1	

3.25. Las siguientes tablas corresponden a dos muestras representativas de los créditos concedidos, en miles de euros, por dos agencias de una entidad bancaria en el último ejercicio. Compare la concentración y la homogeneidad de ambas distribuciones.

AGENCIA A		AGENCIA B	
Valor crédito	Nº créditos	Valor crédito	Nº créditos
0 – 0,5	3	0 – 0,5	10
0,5 – 1	4	0,5 – 1	12
1 – 2	6	1 – 2	8
2 – 4	58	2 – 4	30
4 – 7	78	4 – 7	12
7 – 12	90	7 – 12	15
12 – 14	20	12 – 14	5
14 – 18	6	14 – 18	4
18 – 20	4	18 – 20	16

3.26. Una empresa ha realizado un estudio del coste total por lavado de 39 marcas distintas de lavavajillas para analizar su consumo. Para ello, sometió a todos los lavavajillas al mismo programa y a 7 lavados semanales durante 9 semanas. Los resultados de lavado se reflejan en la siguiente tabla:

Coste total por lavado (euros)	Nº de lavavajillas
0,83 – 0,87	6
0,87 – 0,91	9
0,91 – 0,95	4
0,95 – 1,01	7
1,01 – 1,07	2
1,07 – 1,15	2
1,15 – 1,21	9

- Calcule el coste medio por lavado de los lavavajillas. ¿Es representativo?
- Calcule el coste máximo por lavado del 50% de los lavavajillas más económicos, y estudie su representatividad.
- ¿Cuál es el coste más habitual por lavado?
- ¿Es bueno el reparto del coste por lavado entre los lavavajillas?
- Estudie la asimetría y la curtosis.

3.27. Una empresa tenía a finales de 2015 dieciséis mil cuatrocientos veinte accionistas distribuidos de la siguiente forma:

Nº de acciones	Nº de accionistas
0 – 20	10 358
20 – 60	3 439
60 – 100	1 873
100 – 500	676
500 – 10 000	74

- Calcule el número medio de acciones por accionista y su desviación típica.
- ¿Cuál es el número mínimo de acciones que posee el 50% de los accionistas que más acciones poseen?
- ¿Está bien repartido el número total de acciones? Justifique su respuesta con un indicador y una medida gráfica.
- ¿Qué parte del total de acciones poseen los accionistas mayoritarios?
- ¿Qué porcentaje de los accionistas posee el 30% del total de acciones?

3.28. Dos empresas diferentes del sector de la construcción presentan las siguientes distribuciones de los salarios de sus trabajadores, en miles de euros:

Empresa A		Empresa B	
Salario anual	Nº trabajadores	Salario anual	Nº trabajadores
10 – 20	180	10 – 20	40
20 – 30	260	20 – 30	240
30 – 40	240	30 – 40	200
40 – 60	100	40 – 60	180
60 – 100	20	60 – 100	140

- ¿En qué empresa hay una mayor concentración de la masa salarial?
- Si estas empresas se fusionan, ¿cuál sería la concentración de los salarios después de dicha fusión?

3.29. Las ayudas concedidas, en miles de euros, por el Fondo Europeo para el Desarrollo Regional (FEDER) a sesenta proyectos españoles vienen reflejadas en la siguiente tabla:

Importe de la ayuda	Nº de proyectos
0 – 10	10
10 – 25	15
25 – 50	20
50 – 100	15

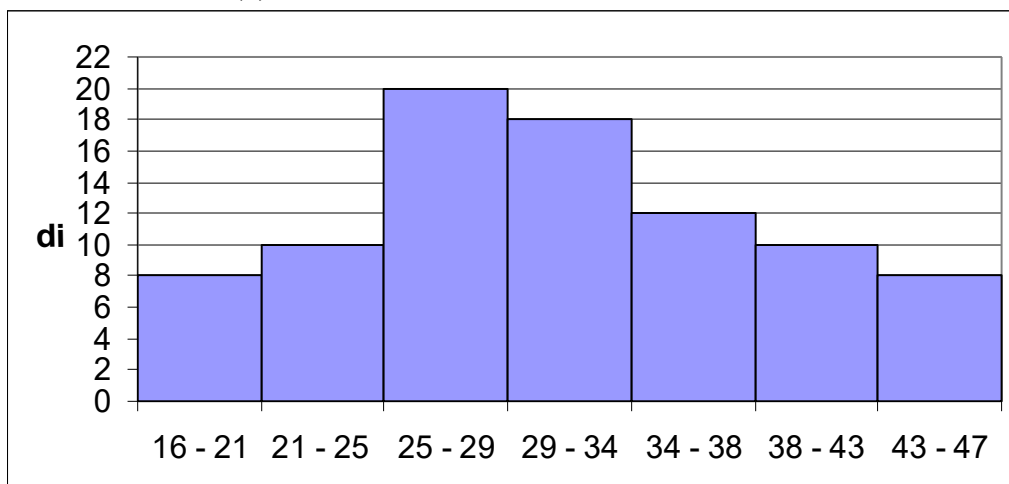
- Calcule la ayuda media concedida. ¿Es este valor representativo?
- Calcule la ayuda máxima concedida al 60% de los proyectos menos favorecidos en el reparto.
- Si se aumenta posteriormente la ayuda en dos mil euros a cada proyecto, ¿cómo afecta esta nueva medida en los apartados anteriores?
- Si para el año siguiente las ayudas aumentan un 5% sobre el valor inicial, manteniéndose el criterio de reparto, ¿cuál será ahora la ayuda media? ¿Sigue siendo representativa?
- Estudie cómo es el reparto del importe total destinado para ayudas en la situación inicial, aumentando cada ayuda dos mil euros, y aumentando cada ayuda un 5%.

3.30. En una compañía de seguros, el departamento de inspección de siniestros ha llevado a cabo una valoración de los daños ocasionados por cierto tipo de accidentes y una estimación de las causas que los han producido, con los resultados siguientes:

Daños (miles de €)	Nº accidentes provocados	Nº accid. no provocados
[2; 4)	2	68
[4; 8)	12	188
[8; 12)	18	222
[12; 16)	10	210
[16; 20)	2	98
[20; 24)	1	69
[24; 28)	1	59
[28; 32)	1	29
[32; 40)	0	10
	47	953

- Calcule la cuantía media de los daños valorados por accidente.
- Calcule la cuantía del daño provocado más frecuente.
- ¿Cuál es la valoración máxima del 50% de los accidentes no provocados de menor cuantía?
- Calcule el valor mínimo de los daños ocasionados por el 30% de los accidentes más valorados.

3.31. El siguiente histograma de frecuencias absolutas muestra la distribución de los gastos medios mensuales en vestuario (x), en euros, de una muestra de familias.



Se pide:

- a) Calcule el gasto medio en vestuario por familia.
- b) ¿Cuál es el gasto más frecuente?
- c) Gasto máximo asociado al 25% de las familias que menos gastan en vestuario.

3.32. En un control de calidad se han examinado 65 lotes de tornillos y se ha anotado la proporción de tornillos defectuosos por lote, resultando la siguiente tabla:

% tornillos defectuosos por lote	Nº lotes
0	7
2	14
4	19
6	8
8	6
10	5
12	3
14	1
16	1
18	1

- a) Si cada lote contiene 500 tornillos, ¿cuántos tornillos defectuosos corresponden al 25% de los lotes con menos tornillos defectuosos? ¿Y al 50%?
- b) Si por encima del percentil 90 se rechaza el lote, ¿qué lotes son rechazados? ¿cuántos tornillos no defectuosos son rechazados?

3.33. Una empresa dedicada a la fabricación de materiales de construcción hace partícipe a su personal en nómina, al final del año, de 90 000 € de los beneficios. El reparto de dicha cantidad se efectúa del modo mostrado en la tabla adjunta. Justifique si puede considerarse un reparto de beneficios equitativo.

Beneficio a percibir por el trabajador	Nº de trabajadores
450	15
750	20
1050	22
1350	10
1650	8
2400	4
4425	2